

САМАРСКИЙ ДВОРЕЦ ДЕТСКОГО И ЮНОШЕСКОГО ТВОРЧЕСТВА
САМАРСКАЯ ОБЛАСТНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ
КОНКУРСНЫХ ЗАДАЧ
ЗАОЧНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО АСТРОНОМИИ
SAMRAS-2017
СРЕДИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 8-9 КЛАССОВ.
ТУР № 2



Самара, 2017г.

Дорогие Друзья!

Все задачи, представленные Вашему вниманию в данном релизе, являются оригинальными и составлены в соответствии с *Перечнем вопросов, рекомендуемых Центральной предметной методической комиссией Всероссийской олимпиады школьников по астрономии для подготовки обучающихся 8-9 классов к решению задач ее заключительного этапа.*

При использовании материалов релиза ссылка на документ обязательна!

Ссылка: «Условия и решения конкурсных задач заочной олимпиады по астрономии SAMRAS-2017 среди обучающихся 8-9 классов. Тур № 2». – <http://v937184r.bget.ru/SamRAS.htm>

Автор задач – *Филиппов Юрий Петрович*, научный руководитель школы, старший преподаватель кафедры общей и теоретической физики Самарского национального исследовательского университета им. академика С.П. Королева, к.ф.-м.н., методист СДДЮТ.

Верстка в системе L^AT_EX – Филиппов Ю.П., Белозерская Л.Н.

Памятка участника SamRAS-2017

1. Официальная страница Астрошколы:

<http://v937184r.bget.ru/SamRAS.htm>

2. Официальная группа в VK: <http://vk.com/samrasolimp>

3. Сроки подачи работ SamRAS-2017 тура № 2 на проверку:
15.02.2017-30.04.2017!!!

4. Электронный ящик SamRAS-2017: samrasolimp@mail.ru

5. Методические указания по решению задач заочной олимпиады по астрономии SamRAS-2017:

[http://v937184r.bget.ru/AstroSchool/Basic%20Documents/Guide-on-Tasks\[2017\]_SamRAS.pdf](http://v937184r.bget.ru/AstroSchool/Basic%20Documents/Guide-on-Tasks[2017]_SamRAS.pdf)

ИЛИ

https://vk.com/doc-57032141_437742356

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ



Дорогие Друзья!

Прежде чем приступить к решению задач и оформлению отчета участника заочной олимпиады SamRAS-2017, **внимательно** ознакомьтесь с **«Методическими указаниями по решению задач заочной олимпиады по астрономии SamRAS-2017»!** Электронный адрес последних указан в **Памятке участника.**

Уровень «Новичок» (уровень А)**Задача № 1. «Астроном за любимым делом»**

Условие. Вашему вниманию на рис. 1 представлена фотография астронома-любителя, проводившего астрономические наблюдения.

1. Объекты какого созвездия, вероятнее всего, наблюдал астроном? (1 балл)
2. Какие примечательные объекты данного созвездия Вам известны? Приведите примеры (по одному для каждого типа) туманностей, скоплений звезд, двойных и переменных звезд? (за каждый правильный пример 0.5 баллов)
3. Если астрономом был на наблюдениях, то почему он за компьютером, а не за телескопом? Какие именно наблюдения проводил астроном? (1 балл)

Задача № 2. «Колор солнцестояний»

Условие. Что такое колор солнцестояний? Какие точки небесной сферы являются полюсами данного круга? Нарисуйте небесную сферу и укажите на ней колор и его полюса. (3 балла).

Задача № 3. «Планета с самым быстрым ветром»

Условие. В атмосфере какой классической планеты дуют самые быстрые ветры? Чему равна максимальная скорость ветра? Какой основной источник энергии этих ветров? (3 балла).

Задача № 4. «Потенциальные энергии и их связь»

Условие. Как известно, потенциальная энергия пробного тела в поле силы тяжести Земли определяется выражением вида:

$$U_g = m g h, \quad (1)$$

где m – масса данного тела, g – ускорение свободного падения; h – высота над поверхностью планеты. Потенциальная энергия пробного тела в поле силы притяжения, действующей со стороны Земли на пробное тело, есть

$$U_G = -\frac{G m M_{\oplus}}{(R_{\oplus} + h)}. \quad (2)$$



Рис. 1: фотография астронома-любителя в процессе астрономических наблюдений (источник – <https://vk.com/astrophotography>).

здесь G – универсальная гравитационная постоянная (значение см. в разделе "Справочные данные"); M_{\oplus} , R_{\oplus} – масса и радиус Земли. Какое из представленных выражений является более общим? Свою точку зрения следует обосновать посредством вывода одного выражения из другого. (4 балла).

Задача № 5. «Площадь кратера Платон»

Условие. Оцените по фотографии, представленной на рис. 2, диаметр и площадь лунного кратера Платон. Необходимые данные для Луны следует взять из раздела «Справочные данные». (4 балла).

Задача № 6. «Телескоп астронома-любителя»

Условие. На фотографии рис. 1 отчетливо виден главный инструмент астронома-любителя – телескоп.

1. Какого типа оптический телескоп (рефрактор, рефлектор, зеркально-линзовый) использовал астроном?(1 балл)
2. Какая оптическая схема лежит в основе данного телескопа? Ответ поясните. (2 балла)
3. Какого типа монтировка использована здесь? Почему именно данную монтировку использовал астроном? (2 балла).



Рис. 2: Луна и ее достопримечательности (источник – https://vk.com/astro_samara, Евгений Баранский).

4. Какого вида монтировка использована здесь? Каким недостатком обладает этот вид монтировки? (1 балл)

Уровень «Знаток» (уровень В)

Задача № 7. «Сдвиг астрономических сезонов относительно календарных»

Условие. Какова причина сдвига астрономических сезонов относительно календарных? Через какое приблизительно количество лет (при условии неизменности календаря) день летнего солнцестояния в северном полушарии будет 22 декабря? (6 баллов).

Задача № 8. «Новый почтовый сервис на Луне»

Условие. А Вы знаете, что на Луне, в будущем можно организовать почтовый сервис нового типа? Для этого необходимо использовать электромагнитный рельсотрон (пушку). Если в стальную капсулу заправить почтовую корреспонденцию и выпустить ее из данной пушки, то она может быть доставлена в любую точку поверхности спутника Земли. Оцените время доставки

m	Кол-во звезд	m	Кол-во звезд	m	Кол-во звезд, $\times 10^6$	m	Кол-во звезд, $\times 10^6$
0^m	4	5^m	1602	10^m	0.340	15^m	36.9
1^m	15	6^m	4800	11^m	0.927	16^m	83.7
2^m	48	7^m	14000	12^m	2.46	17^m	182
3^m	171	8^m	42000	13^m	6.29	18^m	374
4^m	513	9^m	121000	14^m	15.5	19^m	733

Таблица 1: количество звезд на всем небе, имеющих блеск ярче указанной звездной величины (Star Numbers, 2001).

корреспонденции с территории моря Лета (см. рис. 2) на территорию моря Краевое. Высота орбиты капсулы не превышает 30 км. (7 баллов).

Задача № 9. «Что есть "Планета-спутник", а что – "Двойная планета"?»

Условие. Определите с точки зрения небесной механики какая из указанных ниже систем является системой "Планета-спутник", а какая – системой "Двойная планета"? Свой ответ следует обосновать строго математически. Рассмотрите в качестве примеров следующие системы: а) «Земля-Луна», б) «Плутон-Харон». Следует учесть, что среднее расстояние между Плутоном и Хароном равно 19571 км, масса и радиус Харона – $\mathcal{M}_{Ch} = 1.586 \cdot 10^{21}$ кг, $\mathcal{R}_{Ch} = 606$ км, масса и радиус Плутона – $\mathcal{M}_P = 1.303 \cdot 10^{22}$ кг, $\mathcal{R}_P = 1187$ км. Прочие данные следует взять из раздела «Справочные данные» (8 баллов).

Задача № 10. «Оптические характеристики телескопа астронома»

Условие. По фотографии рис. 1

1. Оцените диаметр объектива телескопа. (2 балла)
2. С использованием полученного результата оцените минимальное угловое расстояние между компонентами двойной звезды (компоненты которой имеют одинаковый блеск), которую еще можно разрешить в данный телескоп, в принципе. (2 балла)
3. С использованием данных таблицы 1 оцените количество звезд, которые может визуально одновременно наблюдать астроном в свой инструмент, если угловой диаметр поля зрения телескопа равен $D_T'' = 3^\circ$. (4 балла).

Задача № 11. «Собственный источник энергии Юпитера»

Условие. Докажите, что Юпитер обладает собственным источником теплового излучения, если известно среднее расстояние планеты от Солнца – $a_J = 5.204$ а.е., ее сферическое альbedo – $A_J = 0.343$, а средняя температура поверхности планеты равна $t_J = -145^\circ$. Что является источником собственного тепла Юпитера? Во сколько раз мощность данного источника больше полного потока излучения, получаемого планетой от Солнца? Солнечная постоянная для Земли равна $f_\odot = 1361$ Вт/м². (9 баллов).

Задача № 12. «Время дрейфа диска Луны в поле зрения телескопа»

Условие. Луну наблюдают в меридиане (в полнолуние), в неподвижный телескоп с диаметром поля зрения, равным $D_T'' = 1^\circ$. Оцените минимальное и максимальное значения времени дрейфа (видимого перемещения) Луны в поле зрения телескопа (по диаметру). Считать началом времени дрейфа – момент появления диска Луны в поле зрения телескопа, а концом дрейфа – момент исчезновения диска из поля зрения. (10 баллов).

Уровень «Профи» (уровень С)**Задача № 13. «Астрометрический метод и поиск Юпитера»**

Условие. С какого максимального расстояния еще можно обнаружить с помощью астрометрического метода существование Юпитера у Солнца. Разрешающую способность используемого для этих целей телескопа, считать равной $0.05''$ (как у телескопа им. Э. Хаббла). (11 баллов).

Задача № 14. «Земля с борта геостационарного спутника»

Условие. Под каким углом видна Земля с геостационарного спутника? Какую долю небосвода для этого спутника Земля закрывает своим телом? (12 баллов).

Задача № 15. «Таинственный радиосигнал и время задержки»

Условие. Определить из какого созвездия был принят радиосигнал космическим радиоинтерферометром будущего, образованным двумя радиотелескопами, находящимися в четвертой и пятой точках Лагранжа Юпитера, если известно, что он пришел под углом $\alpha = 30^\circ$ к базе, распространяясь в плоскости эклиптики. Оцените время задержки сигнала, пришедшего на второй телескоп. Сигнал был принят второго февраля, когда Юпитер находился в противостоянии. (13 баллов).

Задача № 16. «Кратер Аристарх: его звездная величина и поверхностная яркость»

Условие. Оцените звездную величину кратера Аристарх, расположенного на поверхности Луны (см. рис. 2) в среднее полнолуние для земного наблюдателя, если его диаметр равен $D_A = 40$ км, а геометрическое альbedo $A_A = 2 A_C$, где A_C – геометрическое альbedo Луны. Оцените его поверхностную яркость (из расчета на 1 квадратную угловую секунду). Следует учесть, что свет на кратер падает не по нормали. (13 баллов).

Задача № 17. «Астрономический прогноз для классических планет на 2017 год»

Условие. В таблице представлены даты основных конфигураций классических планет Солнечной системы на 2016 год. Опираясь на представлен-

Планета	Конфигурация	Дата
Меркурий	нижнее соединение	28.12.2016
Венера	верхнее соединение	6.06.2016
Марс	противостояние	22.05.2016
Юпитер	соединение	26.09.2016
Сатурн	соединение	10.12.2016
Уран	противостояние	15.10.2016
Нептун	противостояние	2.09.2016

Таблица 2: Основные конфигурации классических планет и соответствующие им даты 2016 года.

ные даты, данные раздела «Справочные данные» и уравнения синодического движения, вычислите даты всех основных конфигураций (в случае нижних планет – верхнее и нижнее соединения, восточная и западная элонгации; в случае верхних планет – противостояние и соединение, восточная и западная квадратуры) данных тел на 2017 год. Результаты представить аналогичной таблицей. Сравните полученные результаты с данными календаря Козловского А.Н.¹ Почему Ваши результаты не всегда совпадают с данными календаря? (14 баллов).

Задача № 18. «Максимальная дальность радиолокации и орбитальные характеристики периферийного тела»

Условие. Предположим, что на земном экваторе запущен в эксплуатацию очень мощный радиотелескоп с чрезвычайно чувствительным приемником радиоволн и поворотной антенной. При его создании предполагалось, что он будет в одиночку использоваться для радиолокации тел Солнечной системы. Определите (как можно точнее): а) максимальную продолжительность одного сеанса радиолокации верхнего тела Солнечной системы, находящегося в противостоянии с Солнцем; б) максимально возможное расстояние, которое можно измерить данным телескопом до такого тела, в рамках одного сеанса. Оцените, во сколько раз при этом интенсивность принятого радиоизлучения от небесного тела меньше интенсивности посланного к нему. Наклоном экватора Земли и наклоном плоскости орбиты тела к эклиптике пренебречь. Альbedo данного тела в радиодиапазоне принять равным единице. Вычислите также большую полуось, период обращения и среднюю орбитальную скорость этого тела вокруг Солнца. Орбиту тела считать круговой. (15 баллов).

¹Его можно найти по адресу <http://images.astronet.ru/pubd/2017/02/10/0001375738/calendar2017.pdf>

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



Уровень «Новичок» (уровень А)

Задача № 1. «Астроном за любимым делом»

Решение. 1. Из картинки видно, что труба телескопа ориентирована в направлении созвездия Орион. Вероятнее всего, объекты именно данного созвездия наблюдал астроном.

2. К примечательным объектам данного созвездия следует отнести

а) *Минтака* (δ Ориона) – кратная звезда, крайняя правая из трех звезд, составляющих астеризм «Пояс Ориона». На угловом расстоянии в $52'$ от ярчайшего компонента можно даже в небольшой телескоп увидеть компаньона белого цвета 7-й звездной величины. Еще ближе располагается тусклый компонент 14-й звездной величины. Главный компонент, в свою очередь, является спектрально-двойной звездой, состоящей из двух бело-голубых гигантов классов O9.5 и B0. Каждая из двух звезд в 20 раз тяжелее и в $70 \div 90$ тысяч раз ярче Солнца. Обращаясь вокруг общего центра масс с периодом 5.73 дня, звезды частично затмевают друг друга, что является причиной колебания блеска Минтаки от 2.26^m до 2.14^m .

б) *Бетельгейзе* (α Ориона) – яркая звезда в созвездии Ориона. Красный сверхгигант, полуправильная переменная звезда, блеск которой изменяется в пределах $0.2 \div 1.2$ звездной величины и в среднем составляет около 0.7^m . Светимость Бетельгейзе больше светимости Солнца приблизительно в 100 тысяч раз. Это одна из крупнейших среди известных астрономам звезд: если ее поместить на место Солнца, то при минимальном размере она заполнила бы орбиту Марса, а при максимальном – достигала бы орбиты Юпитера.

в) *Туманность Ориона* (также известная как Мессье 42, M42 или NGC 1976) является светящейся эмиссионной туманностью и находится ниже Пояса Ориона. Это самая яркая диффузная туманность, ее поверхность имеет характерные угловые размеры $80' \times 60'$, что более чем в 4 раза превышает площадь полной Луны и блеске, равном 4^m , отсюда хорошая видимость на ночном небе невооруженным глазом, а ее положение на небесном экваторе делает эту туманность видимой почти в любой точке Земли. M42 находится на расстоянии около 1344 световых лет от Земли и имеет 33 световых года в поперечнике.

г) *NGC 2169* – довольно яркое и маленькое рассеянное скопление. В телескоп с объективом не меньшим 150 мм, разрешается 18 звезд 8-й величины и тусклее. Самая восхитительная особенность скопления в том, что 10 наиболее ярких звезд формируют астеризм, напоминающее число «37».

3. Действительно, астроном находился за компьютером, поскольку он вел удаленную фото- или видеосъемку объектов Ориона. На картинке отчетливо видно, что на окулярное гнездо телескопа прикреплено устройство – видеокамера, от нее отходят провода и подключены к компьютеру, по которым и

передавался видеосигнал. При данном виде наблюдений вовсе необязательно находиться рядом с телескопом (как в случае визуальных наблюдений, поскольку пронаблюдать глазами картинку невозможно – окулярное гнездо занято камерой), а можно находиться от телескопа и на больших расстояниях, управляя инструментом удаленно.

Ответ: 1) Орион; 2) Минтака, Бетельгейзе, Туманность Ориона (M42), NGC 2169; 3) астроном вел удаленные наблюдения и одновременно фото- или видеосъемку. ($\$_{\max} = 4$ балла).

Задача № 2. «Колпур солнцестояний»

Решение. *Колпур солнцестояний* – большой круг небесной сферы (круг склонений – $P_N E_1 A_1 P_S P_S E_2 A_2 P_N$), проходящий через полюса мира (P_N и P_S) и точки солнцестояний (E_1 и E_2) Солнца (расположенных на эклиптике). Полюсами данного круга, очевидно, являются точки весеннего (Υ) и осеннего (\cap) равноденствий. Небесная сфера с колпуром и его полюсами представлена на рис. 3. ($\$_{\max} = 3$ балла).

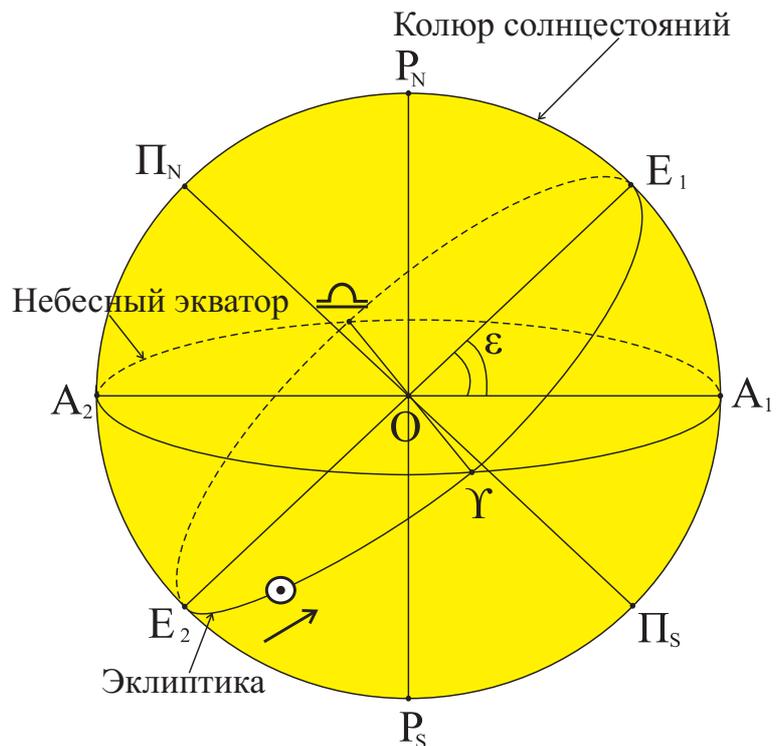


Рис. 3: к определению колпура солнцестояний.

Задача № 3. «Планета с самым быстрым ветром»

Решение. В атмосфере Нептуна дуют самые быстрые ветры. Скорость ветра достигает 2100 км/ч. Источником столь мощных ветров является гравитационное сжатие планеты. Нептун есть газовый шар. Как известно, при сжатии газ нагревается (согласно закону сохранения энергии), следовательно, тепло, образующееся в центре планеты, передается на периферию и неравномерно прогревает верхние слои атмосферы Нептуна, что и порождает данные ветры.

Ответ: Нептун; 2100 км/ч; гравитационное сжатие планеты. ($\$_{\max} = 3$ балла).

Задача № 4. «Потенциальные энергии и их связь»

Решение. Как известно, *сила тяжести* – это сила, с которой действует на любое пробное тело данное небесное тело у своей поверхности. Т.о. сила тяжести является частным случаем силы притяжения (при отсутствии

осевого вращения небесного тела), поскольку **сила притяжения** – это сила (обусловленная гравитационным взаимодействием) с которой данное тело притягивает к себе другое тело. Причем данная сила действует на любом расстоянии между телами. Следовательно (1) должно быть частным случаем (2).

Докажем это. Поскольку сила тяжести определяется у поверхности небесного тела, то высота $h \ll R_{\oplus}$, тогда

$$\begin{aligned} U_G &= -\frac{G m \mathfrak{M}_{\oplus}}{(R_{\oplus} + h)} = -\frac{G m \mathfrak{M}_{\oplus}}{R_{\oplus}(1 + \frac{h}{R_{\oplus}})} \approx \\ &\approx -\frac{G m \mathfrak{M}_{\oplus}}{R_{\oplus}}(1 - \frac{h}{R_{\oplus}}) = -\frac{G m \mathfrak{M}_{\oplus}}{R_{\oplus}} + \frac{G m \mathfrak{M}_{\oplus} h}{R_{\oplus}^2} \end{aligned} \quad (3)$$

При записи последнего выражения мы использовали биномиальное приближение вида:

$$(1 + x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha x, \quad \text{при } x \ll 1. \quad (4)$$

Поскольку потенциальная энергия тела определяется с точностью до постоянной величины, то первое слагаемое в (3) можно отбросить. Далее вспомним, что сила тяжести у поверхности небесного тела должна быть равна силе притяжения:

$$mg = \frac{G m \mathfrak{M}_{\oplus}}{R_{\oplus}^2}, \quad \Rightarrow \quad g = \frac{G \mathfrak{M}_{\oplus}}{R_{\oplus}^2}. \quad (5)$$

тогда

$$U_G \approx U_g = m g h.$$

что и требовалось доказать.

Ответ: выражение (2) является более общим. ($\$_{\max} = 4$ балла).

Задача № 5. «Площадь кратера Платон»

Решение. Прежде всего, определим линейный масштаб фотографии μ_{ℓ} . Для этого учтем, что линейный диаметр Луны равен $D_{\zeta} = 3476$ км. Определим диаметр Луны по фотографии $d_{\zeta} = 192$ мм (ваше значение может отличаться от указанного, поскольку оно зависит от используемого масштаба данной фотографии). Тогда линейный масштаб представляется в виде:

$$\mu_{\ell} = \frac{D_{\zeta}}{d_{\zeta}} = 18.10 \text{ км/мм}. \quad (6)$$

Кратер Платон почти идеально круглый, но в силу эффекта проекции представляется вытянутым эллипсом на фотографии. Необходимо измерить большую ось этого эллипса $a_{\kappa} = 5.5$ мм по фотографии. Она будет определять диаметр D_{κ} кратера:

$$D_{\kappa} = \mu_{\ell} \cdot a_{\kappa} = 99.6 \text{ км} \approx 100 \text{ км}. \quad (7)$$

Площадь поверхности кратера можно определить как

$$S_k = \frac{\pi D_k^2}{4} = 7854 \text{ км}^2. \quad (8)$$

Ответ: $D_k \approx 100$ км, $S_k = 7854 \text{ км}^2$. ($S_{\max} = 4$ балла).

Задача № 6. «Телескоп астронома-любителя»

Решение. 1)-2) Астроном использовал зеркальный телескоп – рефлектор, оптическая схема которого – схема Ньютона. Это легко заметить, исходя из того факта что с тыльной стороны трубы телескопа нет никаких оптических элементов, а гнездо для окуляра расположено вблизи ее фронтального края – это характерные особенности рефлектора Ньютона. (3 балла).

3) Телескоп установлен на экваториальную монтировку с моторным приводом. Данную монтировку использовал астроном, потому что (на фотографии это отчетливо видно) он проводил фотосъемку(видеосъемку) небесных объектов. Чтобы при съемке небесного тела суточное вращение небосвода не сказывалось на изображении, необходимо чтобы труба телескопа перемещалась за объектом. Это легче всего организовать с использованием данной монтировки, поскольку одна ее ось направлена на полюс, а вторая, ей перпендикулярная, обеспечивает ориентацию трубы в плоскости круга склонения светила. (2 балла).

4) Здесь использована немецкая экваториальная монтировка (**асимметричная**)– это вид экваториальной монтировки, в которой один из концов полярной оси несет на себе корпус оси склонений. Эта монтировка асимметрична, поэтому требует противовеса. Популярность монтировка такого вида получила благодаря своей универсальности. В отличие от прочих монтировок, на немецкую монтировку могут быть установлены трубы самых разных типов и оптических схем, не превышающие (по весу) при этом лишь предел грузоподъемности монтировки. Одним из ее недостатков является необходимость прерывать наблюдение при прохождении светилом меридиана, так как в этом случае труба телескопа упирается в основание. Кроме того, использование этого вида монтировки при наблюдении околополярных областей доставляет дополнительные неудобства из-за очень большого угла наклона трубы. (1 балл).

Уровень «Знаток» (уровень В)

Задача № 7. «Сдвиг астрономических сезонов относительно календарных»

Решение. Как известно, периодичность астрономических сезонов определяется продолжительностью тропического года – $T_T = 365.24219$ сут. В

настоящее время мы живем по григорианскому календарю, средняя продолжительность года в котором составляет $T_C = 365.2425$ сут. Очевидно, что продолжительности тропического и календарного года не совпадают и отличаются на величину

$$\Delta T = T_e - T_T = 3.1 \cdot 10^{-4} \text{ сут} = 26.8 \text{ с.}$$

Именно поэтому, каждый год начало астрономической весны наступает раньше (в среднем) на ΔT предыдущей весны. Т.о. астрономические сезоны будут смещаться в сторону меньших дат относительно календарных сезонов. В настоящее время день летнего солнцестояния приходится на 22 июня, что ровно на полгода отстает от даты 22 декабря. Следовательно, указанная ситуация наступит через

$$t = \frac{T_C}{2 \Delta T} = 5.887 \cdot 10^5 \text{ лет.}$$

Ответ: причина сдвигов сезонов – несовпадение продолжительностей тропического (T_T) и календарного (T_C) года ($T_T < T_C$); $t = 5.887 \cdot 10^5$ лет. ($\$_{\max} = 6$ баллов).

Задача № 8. «Новый почтовый сервис на Луне»

<u>Дано:</u> $h = 30$ км, $\mathcal{R}_\zeta = 1738$ км.	<u>Решение:</u> Из рис. 2 видно, что море лета и море краевое находятся почти в диаметрально противоположных точках Луны. Для максимальной высоты орбиты капсулы, очевидно, выполняется условие $h \ll \mathcal{R}_\zeta$. Следовательно, скорость движения капсулы должна быть близка к первой космической скорости (v_I). Следовательно,
<u>Найти:</u> $t_{\text{п}} - ?$	

$$v \approx v_I = \sqrt{\frac{G \mathcal{M}_\zeta}{\mathcal{R}_\zeta}}. \quad (9)$$

Время перелета есть

$$t_{\text{п}} = \frac{\pi \mathcal{R}_\zeta}{v_I} = \frac{\pi \mathcal{R}_\zeta^{3/2}}{\sqrt{G \mathcal{M}_\zeta}} = 3250 \text{ с} = 0.90 \text{ ч.}$$

Ответ: $t_{\text{п}} = 3250 \text{ с} = 0.9 \text{ ч.}$ ($\$_{\max} = 7$ баллов).

Задача № 9. «Что есть "Планета-спутник", а что – "Двойная планета"?»

<u>Дано:</u>	<u>Решение:</u>
$\mathcal{M}_{Ch} = 1.586 \cdot 10^{21}$ кг, $\mathcal{R}_{Ch} = 606$ км, $\mathcal{M}_p = 1.303 \cdot 10^{22}$ кг, $\mathcal{R}_p = 1187$ км.	С точки зрения небесной механики, системой «Планета – спутник» называется система двух планетарных тел, связанных между собой силами притяжения (гравитационным взаимодействием) и движущихся в пространстве относительно общего центра масс. При этом последняя точка расположена внутри
<u>Найти:</u>	
тип системы – ?	

большого тела («планета»). В случае системы «Двойная планета» центр масс данной пары тел должен лежать вне данных тел. Т.о. необходимо определить положение центра масс системы и выяснить: лежит ли данная точка внутри большего по размерам тела или нет? Воспользуемся определением радиуса – вектора:

$$\vec{\mathcal{R}}_C = \frac{\mathcal{M}_1 \vec{r}_1 + \mathcal{M}_2 \vec{r}_2}{\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2} \quad (10)$$

здесь \mathcal{M}_1 , \mathcal{M}_2 – массы гравитирующих тел, в лабораторной системе отсчета. Перейдем в систему центра масс данных тел, тогда : $\vec{\mathcal{R}}_C = 0$, следовательно

$$\mathcal{M}_1 \vec{r}_1 + \mathcal{M}_2 \vec{r}_2 = 0, \Rightarrow r_1 = \frac{\mathcal{M}_2}{\mathcal{M}_1} r_2 \quad (11)$$

С другой стороны

$$r_1 + r_2 = r, \Rightarrow r_2 = r - r_1 \quad (12)$$

где r – среднее расстояние между телами. Из (11) и (12) следует, что

$$r_1 = \frac{\eta r}{(1 + \eta)}, \quad r_2 = \frac{r}{1 + \eta}, \quad \text{где } \eta = \frac{\mathcal{M}_2}{\mathcal{M}_1}. \quad (13)$$

Если $r_1 \leq \mathcal{R}_1$, то данная система «Планета – спутник», т.е.

$$\frac{\eta \cdot r}{1 + \eta} \leq \mathcal{R}_1 \quad \text{или} \quad \eta \cdot r < (1 + \eta)\mathcal{R}_1. \quad (14)$$

Если выполняется условие

$$\frac{\eta \cdot r}{1 + \eta} > \mathcal{R}_1 \quad \text{или} \quad \eta \cdot r \geq (1 + \eta)\mathcal{R}_1. \quad (15)$$

то данная система «Двойная планета». В случае системы «Земля – Луна» имеем $\mathcal{R}_1 = 6378$ км, $\eta = 1/81$, $r = 384399$ км и выполняется условие (14), т.е. данную систему можно определить как «Планета – спутник». Легко убедиться подстановкой данных, что в случае системы «Плутон – Харон» выполняется условие (15) и т.о. данную систему следует определить как «Двойная планета».

Ответ: систему «Земля – Луна» следует определять как «Планета – спутник», а систему «Плутон – Харон» – как «Двойная планета». (\$_{\max} = 8\$ баллов).

Задача № 10. «Оптические характеристики телескопа астронома»

Решение: Для оценки диаметра объектива рефлектора Ньютона учтем тот факт, что астроном использует ноутбук экран которого близок к квадрату. В настоящее время наиболее часто встречаются в продаже ноутбуки с отношением сторон 5:4 (именно данное соотношение граней монитора ближе всего к квадрату) и диагональю 15 дюймов. Пусть x – длина меньшей грани монитора ноутбука, тогда по теореме Пифагора имеем

$$x^2 + (5x/4)^2 = 15^2, \Rightarrow x = \frac{60}{\sqrt{41}} = 9.37 \text{ дюйма} = 23 \text{ см.}$$

По рисунку легко можно определить видимую часть (h_m) вертикальной грани монитора и горизонтального диаметра (d_g) тыльной стороны трубы телескопа. Отношение этих величин равно $h_m/d_g = 4/3$, с другой стороны имеем

$$\frac{D'_T}{x} = \frac{d_g}{h_m}, \Rightarrow D'_T = x \frac{d_g}{h_m} = 17.5 \text{ см.}$$

Из рис. видно, что данный телескоп фабричного производства. Диаметр объектива такого телескопа может быть равен либо 150, либо 200 мм (с апертурой 175 мм фабричных телескопов не бывает). Следовательно, апертура телескопа должна быть равна $D_T = 150$ мм (\$_{\max} = 2\$ балла).

2. Для того чтобы в телескоп разрешить двойную звезду, угловое расстояние между компонентами которой равно d'' , необходимо, чтобы разрешающая способность телескопа (β) была не больше указанного расстояния, т.е.

$$\beta \leq d'',$$

при этом последняя величина определяется выражением вида

$$\beta = \frac{120''}{D_T}, \text{ где } [D_T] = 150 \text{ мм.} \quad (16)$$

В результате

$$d''_{\min} = \frac{120''}{D_T} = 0.8''. \quad (17)$$

Это дифракционный предел для данного телескопа.

Замечание. На самом деле, из-за рефракции света в атмосфере Земли разрешение телескопа не может быть более $1''$. Следовательно, окончательно имеем $d''_{\min} = 1''$. (\$_{\max} = 2\$ балла).

3. Определим проникающую силу телескопа по формуле

$$m_T = 2.1^m + 5^m \lg D_T, \text{ где } [D_T] = 150 \text{ мм.} \quad (18)$$

В результате имеем $m_T = 13^m$. Согласно таблице, приведенной в условии задачи, на всем небосводе можно наблюдать $N_{\text{tot}} = 6.29 \cdot 10^6$ звезд, звездная величина которых не превосходит m_T . Поле зрения телескопа имеет форму круга, угловой диаметр которого $D_T'' = 3^\circ$. Угол D_T'' является малым. Следовательно, телесный угол, соответствующий данному полю зрения, также является малым, тогда его можно вычислить по формуле

$$\Omega_T = \pi D_T''^2 / 4 = \frac{\pi}{4} \left(\frac{3^\circ \cdot \pi}{180^\circ} \right)^2 = 2.15 \cdot 10^{-3} \text{ срад.} \quad (19)$$

Полагая, что все N_{tot} звезд равномерно распределены по небосводу и учитывая, что телесный угол, соответствующий всему небосводу, есть $\Omega_{\text{tot}} = 4\pi$ срад, в результате получаем искомое количество звезд:

$$N_* = N_{\text{tot}} \left(\frac{\Omega_T}{\Omega_{\text{tot}}} \right) = 1080.$$

(\$_{\text{max}} = 4\$ балла)

Ответ: 1) $D_T = 150$ мм; 2) $d_{\text{min}}'' = 1''$; 3) $N_* = 1080$.

Задача № 11. «Собственный источник энергии Юпитера»

Дано:

$$a_J = 5.204 \text{ а.е.,}$$

$$A_J = 0.343,$$

$$t_J = -145^\circ,$$

$$f_\odot = 1361 \text{ Вт/м}^2$$

Найти:

доказать \exists собственного источника тепла, $N_J / \Phi_\odot - ?$

Решение:

Предположим, что Юпитер не обладает собственным источником тепла. Запишем в этом случае уравнение энергетического баланса, предполагая, что поверхность последнего излучает в окружающее пространство энергию, подобно абсолютно черному телу:

$$I_J \cdot \pi \mathfrak{R}_J^2 (1 - A_J) = \sigma \cdot T_0^4 \cdot 4\pi \mathfrak{R}_J^2, \quad (20)$$

где I_J – интенсивность солнечного излучения на орбите Юпитера; T_0 – его средняя температура поверхности.

\mathfrak{R}_J – средний радиус Юпитера, а константа σ – постоянная Стефана-Больцмана, значение которой представлено в разделе "Справочные данные".

Интенсивность I_J электромагнитного излучения Солнца подчиняется закону обратных квадратов, следовательно,

$$I_J = f_\odot \left(\frac{a_\oplus}{a_J} \right)^2 = 50.3 \text{ Вт/м}^2. \quad (21)$$

С использованием (20) и (21) легко вычислить температуру поверхности Юпитера в Кельвинах:

$$T_0 = \sqrt{\frac{a_{\oplus}}{a_J}} \sqrt[4]{\frac{f_{\odot}(1 - A_J)}{4\sigma}} = 110 \text{ K.} \quad (22)$$

или в градусах по шкале Цельсия

$$t_0 = T_0 - 273 \text{ K} = -163^{\circ} \text{ C} < t_J.$$

Однако, в действительности температура поверхности планеты значительно выше. Более высокая температура поверхности Юпитера может быть достигнута лишь при наличии дополнительного, собственного регулярного источника энергии. Что и требовалось доказать.

2) Как известно, Юпитер относится к классу планет-гигантов, основным строительным элементом которых является смесь газов: водорода и гелия. При адиабатическом сжатии газа, что собственно реализуется в недрах Юпитера за счет гравитационных сил, его внутренняя энергия возрастает, а следовательно, избыточное тепло передается на периферию и является тем самым дополнительным источником энергии планеты.

3) Определим во сколько раз мощность (N_J) собственного источника энергии Юпитера больше потока (Φ_{\odot}) излучения Солнца. Пусть $N_J/\Phi_{\odot} = x$, тогда уравнение энергетического баланса запишется в виде:

$$\Phi_{\odot} + \Phi_{\odot} x = \sigma T_J^4 4\pi \mathfrak{R}_J^2, \Rightarrow x = \frac{\sigma T_J^4 4\pi \mathfrak{R}_J^2}{\Phi_{\odot}} - 1, \quad (23)$$

где

$$\Phi_{\odot} = I_J \pi \mathfrak{R}_J^2 (1 - A_J) = f_{\odot} \left(\frac{a_{\oplus}}{a_J}\right)^2 \pi \mathfrak{R}_J^2 (1 - A_J).$$

В итоге

$$x = \frac{4\sigma \cdot T_J^4}{f_{\odot}(1 - A_J)} \left(\frac{a_J}{a_{\oplus}}\right)^2 - 1 = 0.84, \text{ где } T_J = t_J + 273 \text{ K} = 128 \text{ K.} \quad (24)$$

Ответ: источник энергии Юпитера – его гравитационное сжатие; $x = N_J/\Phi_{\odot} = 0.84$. ($\$_{\max} = 9$ баллов).

Задача № 12. «Время дрейфа диска Луны в поле зрения телескопа»

Решение:

Дано:
 $D_T'' = 1^{\circ}$.

Найти:
 $\tau_{\min} - ?$,
 $\tau_{\max} - ?$

Рассмотрим процесс дрейфа видимого диска Луны в поле зрения телескопа (см. рис. 4). Пусть D_{ζ}'' – ее угловой диаметр.

Тогда время дрейфа Луны по диаметру поля зрения телескопа есть

$$\tau = \frac{D_T'' + D_{\zeta}''}{\omega_{\zeta}}. \quad (25)$$

Угловой диаметр Луны можно представить в виде:

$$D''_{\zeta} = \frac{D_{\zeta}}{\Delta} \left(\frac{180^{\circ}}{\pi} \right) \quad (26)$$

здесь угловой диаметр Луны выражен в градусах; Δ – расстояние от Земли до Луны. Геоцентрическое расстояние до Луны может изменяться в пределах:

$$a_{\zeta} (1 - \varepsilon_{\zeta}) \leq \Delta \leq a_{\zeta} (1 + \varepsilon_{\zeta}), \quad (27)$$

здесь a_{ζ} , ε_{ζ} – большая полуось и эксцентриситет орбиты Луны. Угловая скорость видимого движения Луны в меридиане можно представить

$$\omega_{\zeta} = \omega_{\oplus} \cos \delta_{\zeta} - \omega_{\zeta}^{(0)} \cos \gamma \quad (28)$$

здесь ω_{\oplus} – угловая скорость суточного вращения Земли вокруг своей оси (а следовательно и небесной сферы), δ_{ζ} – склонение Луны; $\omega_{\zeta}^{(0)}$ – угловая скорость собственного движения Луны, которая представляется в виде:

$$\omega_{\zeta}^{(0)} = \frac{2\pi}{T_{\zeta}} = 0.230 \text{ рад/сут} = 13.18^{\circ}/\text{сут}. \quad (29)$$

где $T_{\zeta} = 27.32$ сут – сидерический период обращения Луны относительно центра масс системы «Земля – Луна». γ – угол, который может образовывать вектор скорости собственного движения Луны с небесным экватором. Очевидно, что γ и δ_{ζ} должны удовлетворять неравенствам:

$$0 \leq \gamma \leq \varepsilon + i_{\zeta} = 28^{\circ}35', \quad -(\varepsilon + i_{\zeta}) \leq \delta_{\zeta} \leq \varepsilon + i_{\zeta}.$$

здесь $\varepsilon = 23^{\circ}26'$ – угол наклона эклиптики к небесному экватору; $i_{\zeta} = 5^{\circ}9'$ – склонение орбиты Луны к эклиптике. Знак «-» в (28) указывает на то, что Луна движется в направлении, противоположном суточному вращению небесной сферы. Время дрейфа будет минимальным, если числитель дроби (25) принимает минимальное значение, а знаменатель дроби – максимальное:

$$\tau_{\min} = \left[D''_T + \frac{D_{\zeta}}{a_{\zeta} (1 + \varepsilon_{\zeta})} \left(\frac{180^{\circ}}{\pi} \right) \right] / \left[\omega_{\oplus} - \omega_{\zeta}^{(0)} \cos \gamma_{\max} \right] = 6 \text{ мин } 09 \text{ с.}$$

Аналогично рассуждая, можно записать время τ_{\max} :

$$\tau_{\max} = \left[D''_T + \frac{D_{\zeta}}{a_{\zeta} (1 - \varepsilon_{\zeta})} \left(\frac{180^{\circ}}{\pi} \right) \right] / \left[\omega_{\oplus} \cos \delta_{\max} - \omega_{\zeta}^{(0)} \right] = 7 \text{ мин } 20 \text{ с.}$$

Ответ: $\tau_{\min} = 6 \text{ мин } 09 \text{ с}$; $\tau_{\max} = 7 \text{ мин } 20 \text{ с}$. ($\$_{\max} = 10$ баллов).

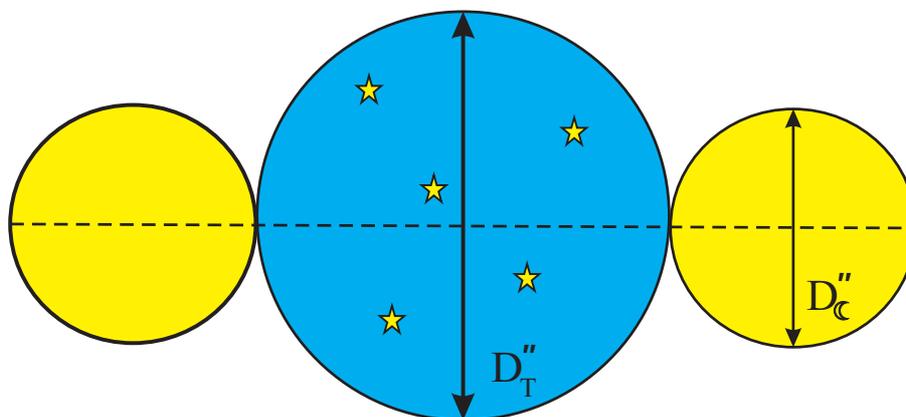


Рис. 4: к определению транзита Луны в поле зрения телескопа.

Уровень «Профи» (уровень С)

Задача № 13. «Астрометрический метод и поиск Юпитера»

<u>Дано:</u> $\beta'' = 0.05''$.	<u>Решение:</u> Астрометрический метод поиска экзопланет – один из методов поиска планет, движущихся вокруг других звезд.
<u>Найти:</u> $r_{max} - ?$	<u>Суть данного метода</u> заключается в точном измерении положения звезды на небосводе и анализе характера изменения

ее положения с течением времени. В ходе наблюдения положение звезды тщательно регистрируется относительно соседних объектов, и если наблюдаются волнообразные отклонения, то это указывает на достаточно массивного компаньона, вынуждающего звезду вращаться вокруг общего центра масс. Понятно, что звезда должна быть небольшой, а ее планета массивной, поэтому данным методом чаще находят двойные звезды и коричневые карлики-компаньоны.

Если вокруг звезды вращается планета, то ее гравитационное воздействие на звезду приведет к тому, что сама звезда будет двигаться по маленькой круговой или эллиптической орбите (см. рис. 5). Звезда и планета будут вращаться вокруг их общего центра масс (барицентра, на рис. 5) и их движение будет описываться решением задачи двух тел, а поскольку звезды гораздо массивнее планет, то радиус их орбиты очень мал и очень часто их центр масс находится внутри большего тела.

Сложность при обнаружении планет астрометрическим методом связана с тем, что изменения положения звезд настолько малы, а атмосферные и систематические искажения настолько велики, что даже самые лучшие наземные телескопы зачастую не могут выполнить измерения с точностью, необходимой для убедительного доказательства существования экзопланеты. Поэтому результаты данного метода часто проверяют альтернативными методами.

Одним из потенциальных преимуществ астрометрического метода является наибольшая чувствительность к обнаружению планет с большими ор-

битами, однако, для этого требуется очень длительное время наблюдений – годы и, возможно, даже десятилетия, поскольку у планет, достаточно удаленных от своей звезды для обнаружения с помощью астрометрии, орбитальный период также составляет длительное время.

Астрометрия является старейшим методом поиска экзопланет и была популярна из-за успехов при описании астрометрических двойных систем. Считается, что астрометрия возникла в конце 18 века, и ее основоположником был Уильям Гершель.

Итак, чтобы обнаружить астрометрическим методом существование Юпитера у Солнца, необходимо чтобы в данный телескоп можно было разрешить угол между двумя наиболее удаленными положениями Солнца в пространстве, относительно центра масс (С) системы «Солнце-Юпитер» (см. рис. 5).

Следовательно, угол $\alpha \geq \beta$. При этом большая ось (a_{\odot}) орбиты Солнца должна быть перпендикулярна лучу зрения. С другой стороны, из рис. 5, для прямоугольного $\triangle AOS_1$ (здесь точка O – геометрический центр эллиптической орбиты Солнца, A – точка нахождения стороннего наблюдателя, S_1 – перигелий солнечной орбиты – ближайшей к барицентру точки орбиты) видно, что

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{a_{\odot}}{r}. \quad (30)$$

Поскольку угол α малый, то

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}, \Rightarrow \alpha = \frac{2a_{\odot}}{r}. \quad (31)$$

Для определения большой полуоси (a_{\odot}) орбиты Солнца воспользуемся уравнением для масс данных тел²:

$$\frac{\mathcal{M}_{\odot}}{\mathcal{M}_J} = \frac{a_J}{a_{\odot}}, \Rightarrow a_{\odot} = a_J \left(\frac{\mathcal{M}_J}{\mathcal{M}_{\odot}} \right), \quad (32)$$

где \mathcal{M}_{\odot} , \mathcal{M}_J – массы Солнца и Юпитера соответственно; a_J – большая полуось орбиты Юпитера (см. раздел "Справочные данные"). Из (31) и (32)

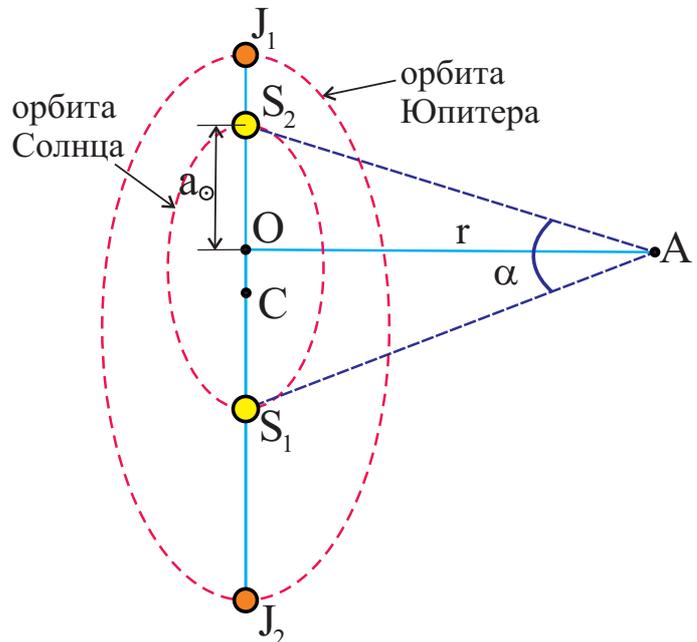


Рис. 5: к определению орбит движения системы «Солнце-Юпитер» и возможности обнаружения Юпитера.

² Данное уравнение вытекает из определения радиуса-вектора центра масс системы «Солнце-Юпитер», записанного в системе их центра масс и пропорциональной зависимости полярного радиуса-вектора и большой полуоси эллипса.

следует, что

$$\alpha = \frac{2 a_J}{r} \left(\frac{\mathfrak{M}_J}{\mathfrak{M}_\odot} \right) \geq \beta, \Rightarrow$$

$$r \leq r_{max} = \frac{2 a_J}{\beta''} \left(\frac{\mathfrak{M}_J}{\mathfrak{M}_\odot} \right) \cdot 206265'' = 4.099 \cdot 10^4 \text{ а.е.} = 0.199 \text{ пк.} \quad (33)$$

Ответ: $r_{max} = \frac{2 a_J}{\beta''} \left(\frac{\mathfrak{M}_J}{\mathfrak{M}_\odot} \right) \cdot 206765'' = 0.199 \text{ пк.}$ ($\$_{max} = 11$ баллов).

Задача № 14. «Земля с борта геостационарного спутника»

Решение. Как известно, *геостационарным спутником* называется искусственный спутник Земли (ИСЗ), движущийся в плоскости земного экватора по круговой орбите, с периодом, равным периоду вращения Земли вокруг своей оси

$$P_\oplus = 23 \text{ ч } 56 \text{ м } 04 \text{ с} = 86164 \text{ с.}$$

Определим радиус (r) орбиты спутника. Запишем второй закон Ньютона для ИСЗ с массой m , движущегося по круговой орбите:

$$\frac{m V^2}{r} = \frac{G m \mathfrak{M}_\oplus}{r^2}, \Rightarrow V^2 = \frac{G \mathfrak{M}_\oplus}{r}, \quad (34)$$

здесь G – универсальная гравитационная постоянная; \mathfrak{M}_\oplus – масса Земли. Иначе

$$V_\oplus = \frac{2 \pi r}{P_\oplus}, \quad (35)$$

тогда из (34) и (35) следует, что

$$\frac{4 \pi^2 r^2}{P_\oplus^2} = \frac{G \mathfrak{M}_\oplus}{r}, \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G \mathfrak{M}_\oplus P_\oplus^2}{4 \pi^2}} = \mathfrak{R}_\oplus \sqrt[3]{\frac{G \mathfrak{M}_\oplus P_\oplus^2}{4 \pi^2 \mathfrak{R}_\oplus^3}} = \mathfrak{R}_\oplus \sqrt[3]{\frac{g_0 P_\oplus^2}{4 \pi^2 \mathfrak{R}_\oplus}},$$

где

$$g_0 = \frac{G \mathfrak{M}_\oplus}{\mathfrak{R}_\oplus^2} = 9.81 \text{ м/с}^2,$$

\mathfrak{R}_\oplus – средний радиус Земли.

$$r = \mathfrak{R}_\oplus \left(\frac{V_I}{V_e} \right)^{2/3} = 4.2166 \cdot 10^7 \text{ м} = 42166 \text{ км.} \quad (36)$$

где

$$V_I = \sqrt{g_0 \mathfrak{R}_\oplus} = 7.906 \text{ км/с}, \quad V_e = \frac{2 \pi \mathfrak{R}_\oplus}{P_\oplus} = 0.465 \text{ км/с}, \quad (37)$$

здесь V_I – первая космическая скорость пробного тела у поверхности Земли, V_e – скорость точек экватора Земли относительно центра планеты. Определим угловой диаметр Земли с полученного расстояния. Согласно определению

$$D''_\oplus = 2 \arcsin \left(\frac{\mathfrak{R}_\oplus}{r} \right) = 17.38^\circ. \quad (38)$$

Поскольку Земля имеет формулу шара, то на небосводе она покрывает участок в форме круга с угловым диаметром D''_{\oplus} , причем телесный угол, под которым она видна, есть

$$\Omega_{\oplus} = 2\pi \left(1 - \cos \frac{D''_{\oplus}}{2}\right) = 0.072 \text{ срад} = 236.8 \text{ кв.град.} \quad (39)$$

Тогда доля небосвода, закрываемая Землей для данного спутника, есть

$$\eta = \frac{\Omega_{\oplus}}{4\pi} = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{D''_{\oplus}}{2}\right) = 5.7 \cdot 10^{-3}. \quad (40)$$

Ответ: $D''_{\oplus} = 17.38^{\circ}$; $\eta = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{D''_{\oplus}}{2}\right) = 5.7 \cdot 10^{-3}$. ($S_{\max} = 12$ баллов).

Задача № 15. «Таинственный радиосигнал и время задержки»

<u>Дано:</u> $\alpha = 30^{\circ}$, 2 февраля.	<u>Решение:</u> Построим рисунок, соответствующий данной ситуации (см. рис. 6). Здесь S, E, J определяют положения Солнца, Земли и Юпитера соответственно. L_4, L_5 – четвертая и пятая точки Лагранжа соответственно. Отрезок L_4L_5 – база радиоинтерферометра.
<u>Найти:</u> созвездие – ? τ – ?	

Как известно, треугольники $\Delta S J L_4$ и $\Delta S J L_5$ являются равносторонними, следовательно, отрезки OL_4, OL_5 являются высотами, медианами и биссектрисами в этих треугольниках. Согласно условию задачи, сигнал пришел в плоскости эклиптики под углом α к базе, следовательно, возможные направления распространения сигнала задаются векторами $\vec{SL}_4, \vec{SL}_5, \vec{JL}_4, \vec{JL}_5$.

Как известно, Солнце является достаточно мощным источником радиоизлучения, который будет создавать сильные помехи (будет «ослеплять» радиотелескоп) для приема сигнала со стороны Солнца. Поэтому, по направлениям \vec{SL}_4, \vec{SL}_5 радиоинтерферометр не сможет принять сигнал от внесолнечных объектов. Следовательно, сигнал мог быть принят лишь с направлений \vec{JL}_4, \vec{JL}_5 . Из рисунка видно, что источник радиосигнала (и соответствующее созвездие) расположен в 60° от направления на Юпитер. С использованием диаграммы видимого годичного движения Солнца по эклиптике (см. рис. А.1 приложение А). Можно легко убедиться, что Солнце 2 февраля находилось в созвездии

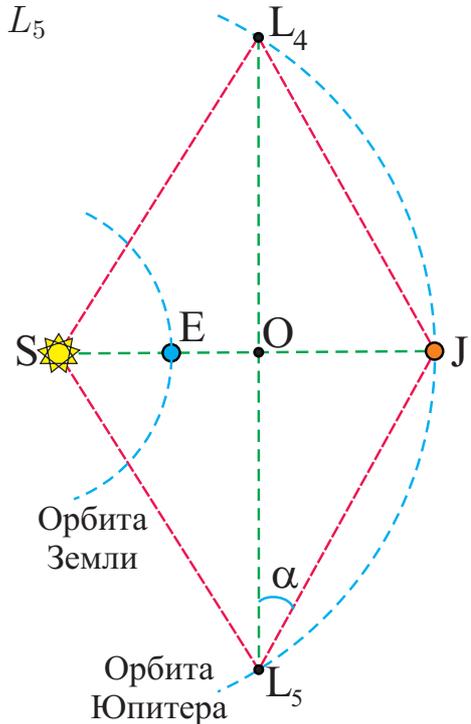


Рис. 6: к определению положения точек Лагранжа L_4 и L_5 Юпитера.

Козерога.

Юпитер был в этот момент в противостоянии, следовательно, последний был в созвездии Рака. А источник радиосигнала располагался либо в созвездии Девы, либо в созвездии Тельца.

Оценим время задержки радиосигнала на второй телескоп радиоинтерферометра. Пусть в момент t_1 радиосигнал приходит в точку L_5 . Следовательно, до точки L_4 радиосигнал, распространяясь параллельным курсом со скоростью света, должен пройти дополнительное расстояние

$$CL_4 = L_4 L_5 \cdot \cos \alpha.$$

Длина базы есть

$$L_4 L_5 = 2SL_4 \cdot \cos \alpha = 2r_J \cdot \cos \alpha.$$

Тогда время запаздывания сигнала есть:

$$\tau = \frac{CL_4}{c} = \frac{2r_J \cos^2 \alpha}{c} = \frac{2r_J 3}{c 4} = \frac{3r_J}{2c} = 3893 \text{ с} = 1.08 \text{ ч.}$$

Ответ: из созвездия Девы или Тельца; $\tau = 3892 \text{ с} = 1.08 \text{ ч.}$ ($\$_{\max} = 13$ баллов).

Задача № 16. «Кратер Аристарх: его звездная величина и поверхностная яркость»

Дано:

$$\begin{aligned} D_A &= 40 \text{ км,} \\ A_A &= 2 A_\zeta, \\ A_\zeta &= 0.12. \end{aligned}$$

Найти:

$$\begin{aligned} \text{созвездие} &- ? \\ \tau &- ? \end{aligned}$$

Решение:

Кратер Аристарх имеет круглую форму, как и большинство лунных кратеров. Фотография Луны на рис. 2, очевидно, получена в полнолуние. Однако, кратер значительно удален от центра видимого диска Луны. Следовательно, солнечный свет на него падает не по нормали, а под некоторым углом (отличным от нуля). В этом случае и профиль кратера для земного наблюдателя отнюдь не круг, а эллипс. Большая полуось эллипса будет равна его радиусу, т.е. $a = D_A/2$, а малая полуось – проекции радиуса кратера на картинную плоскость, т.е. $b = (D_A/2) \cos \alpha$, где α – угол падения световых лучей на кратер. Площадь кратера, доступная непосредственно с Земли в наблюдениях, можно вычислять по формуле площади эллипса:

$$S_A = \pi a b = \frac{\pi}{4} D_A^2 \cos \alpha. \quad (41)$$

Поток солнечного излучения падающего на кратер есть

$$\Phi_0 = f_\odot S_A = f_\odot \frac{\pi}{4} D_A^2 \cos \alpha,$$

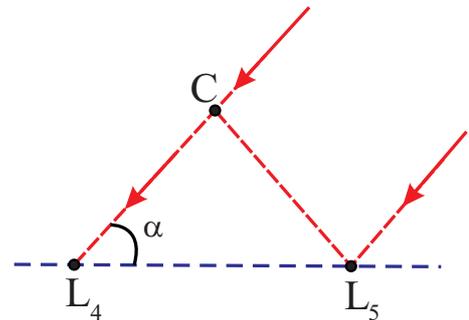
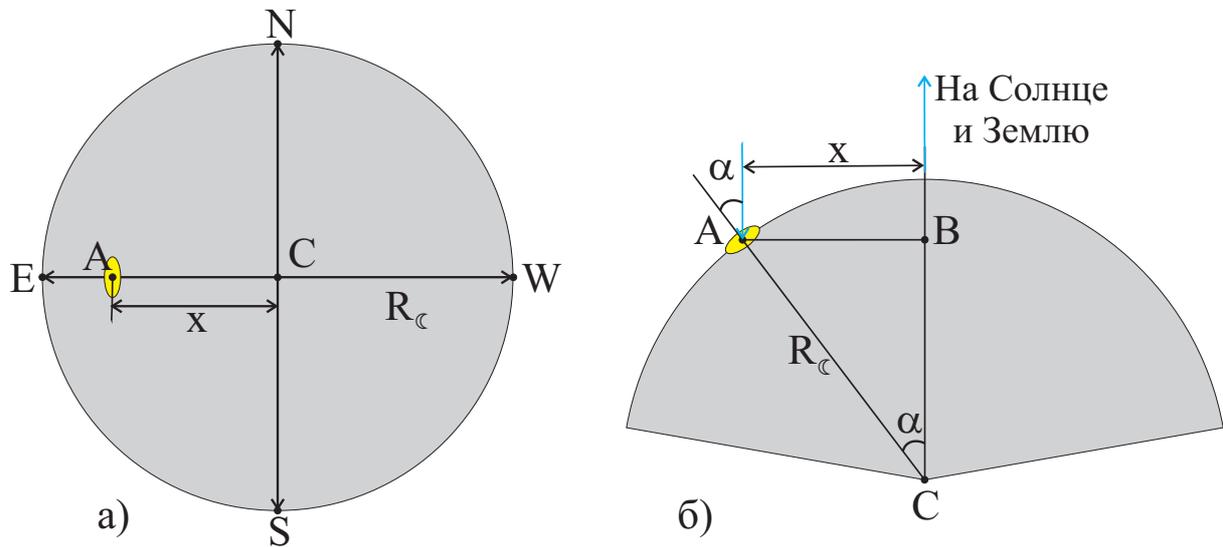


Рис. 7: к определению разности хода сигнала.

Рис. 8: к определению угла падения (α) солнечных лучей на кратер Аристарх.

здесь f_{\odot} – солнечная постоянная³. Поток солнечного излучения, отраженного поверхностью кратера в направлении Земли, есть

$$\Phi_{\text{ref}} = A_A \Phi_0 = A_A f_{\odot} \frac{\pi}{4} D_A^2 \cos \alpha,$$

Полагая далее, что поток Φ_{ref} рассеивается равномерно по всем направлениям в полусферу радиуса a_{ζ} (последний параметр – большая полуось Луны или среднее геоцентрическое расстояние последней в среднее полнолуние), можно легко записать освещенность которую создает кратер у поверхности Земли:

$$E_A = \frac{\Phi_{\text{ref}}}{2\pi a_{\zeta}^2} = \frac{1}{8} A_A f_{\odot} \left(\frac{D_A}{a_{\zeta}} \right)^2 \cos \alpha, \Rightarrow \frac{f_{\odot}}{E_A} = \frac{8}{A_A \cos \alpha} \left(\frac{a_{\zeta}}{D_A} \right)^2. \quad (42)$$

Для определения последнего отношения необходимо определить угол падения α . Для этого рассмотрим фотографию Луны 2. Определим на ней центр (C) видимого диска (см. рис. 8.а), посредством построения его горизонтального (EW) и вертикального (NS) диаметров.

Отложим на фотографии отрезок соединяющий точку C и центр кратера A . Определим его длину x в миллиметрах. Далее определим радиус ($R_{\zeta} = CW$) видимого диска Луны (по сути, он равен радиусу самого спутника). В нашем случае значения получились $x = 40$ мм, $R_{\zeta} = 52$ мм (Ваши значения могут отличаться от указанных, в зависимости от масштаба использованной фотографии). Из прямоугольного $\triangle ABC$ (см. рис. 8.б) следует, что синус угла падения равен

$$\sin \alpha = \frac{x}{R_{\zeta}}, \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{R_{\zeta}} \right)^2} = 0.64.$$

³Поскольку большая полуось лунной орбиты много меньше среднего расстояния от Земли до Солнца, то мы пренебрегаем различием освещенностей земной и лунной поверхностей в момент создания фотографии 2.

Согласно (43), $f_{\odot}/E_A = 4.81 \cdot 10^9$, тогда $E_A = 2.83 \cdot 10^{-7}$ Вт/м². С использованием формулы Погсона вычислим звездную величину кратера Аристарх:

$$m_A = m_{\odot} + 2.5 \lg \left(\frac{f_{\odot}}{E_A} \right) = -26.7^m + 24.2^m = -2.5^m. \quad (43)$$

Определим телесный угол (Ω_A), под которым должен быть виден Аристарх с Земли:

$$\Omega_A = \frac{S_A}{a_{\zeta}^2} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D_A}{a_{\zeta}} \right)^2 \cos \alpha = 5.44 \cdot 10^{-9} \text{ срад} = 232 \text{ кв. сек.} \quad (44)$$

Тогда освещенность, создаваемая одной квадратной угловой секундой поверхности кратера, есть

$$B_A = \frac{E_A}{\Omega_A} = 1.22 \cdot 10^{-9} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{кв. сек}).$$

Поверхностная яркость кратера Аристарх (из расчета на 1 квадратную угловую секунду) будет равна

$$m_B = m_{\odot} + 2.5 \lg \left(\frac{f_{\odot}}{B_A} \right) = 3.4^m/\text{кв. сек.} \quad (45)$$

Ответ: $m_A = -2.5^m$; $B_A = 1.22 \cdot 10^{-9}$ Вт/(м² · кв. сек); $m_B = 3.4^m/\text{кв. сек.}$ ($S_{\max} = 13$ баллов).

Задача № 17. «Астрономический прогноз для классических планет на 2017 год»

Решение. Рассмотрим случай нижней планеты (Меркурий, Венера). Вычислим ее синодический период, для этого воспользуемся уравнением синодического движения:

$$\frac{1}{S_p} = \frac{1}{T_p} - \frac{1}{T_{\oplus}}, \Rightarrow S_p = \frac{T_p T_{\oplus}}{T_{\oplus} - T_p}.$$

Следовательно, промежуток времени (Δt), в течение которого нижняя планета обгоняет Землю относительно Солнца на угол $\Delta \varphi$, можно представить в виде:

$$\Delta t = \left(\frac{\Delta \varphi}{360^\circ} \right) S_p = \left(\frac{\Delta \varphi}{360^\circ} \right) \frac{T_p T_{\oplus}}{T_{\oplus} - T_p}. \quad (46)$$

Определим промежутки времени, отделяющие моменты наступления основных конфигураций. Предположим, что нижняя планета находится в данный момент в нижнем соединении. Тогда промежуток времени, через который она окажется в западной элонгации (или она пребывала прежде в восточной элонгации), согласно (46), будет равен

$$\Delta t_1 = \frac{1}{360^\circ} \arccos \left(\frac{a_p}{a_{\oplus}} \right) \frac{T_p T_{\oplus}}{T_{\oplus} - T_p}, \quad (47)$$

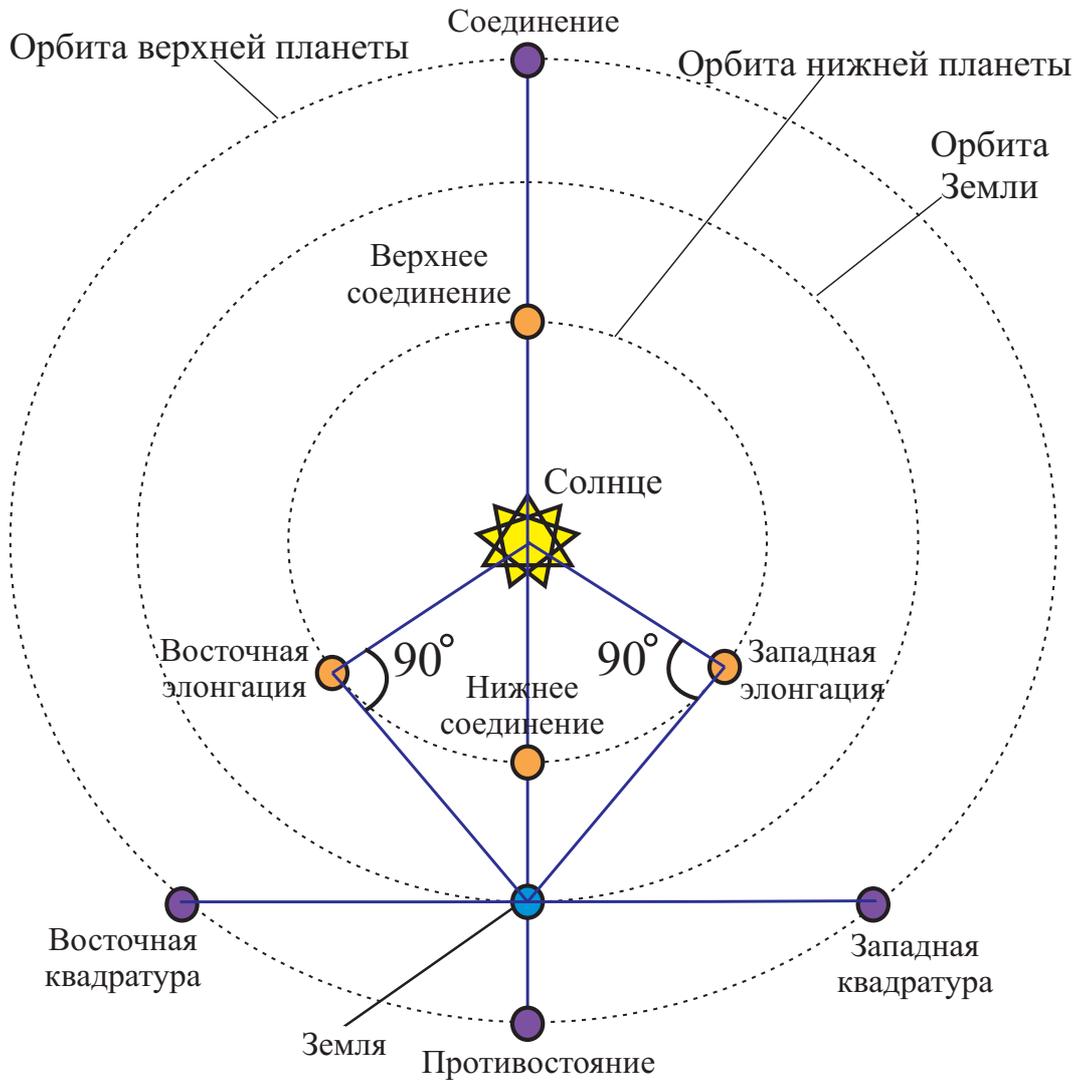


Рис. 9: к определению основных конфигураций нижних и верхних планет.

При записи последнего результата мы учли, что в этих конфигурациях треугольник, в вершинах которого находятся нижняя планета, Солнце и Земля является прямоугольным (см. рис. 9), при этом угол $\Delta\varphi_1$, на который нижняя планета обгоняет (догоняет) Землю, определяется выражением вида

$$\cos \Delta\varphi_1 = \frac{a_p}{a_{\oplus}}, \Rightarrow \Delta\varphi_1 = \arccos \left(\frac{a_p}{a_{\oplus}} \right),$$

здесь a_p , a_{\oplus} – большие полуоси орбит нижней планеты и Земли соответственно. Спустя промежуток времени Δt_2 после западной элонгации планета попадет в верхнее соединение, при этом она обгонит Землю на угол $\Delta\varphi_2 = 180^\circ - \Delta\varphi_1$. Следовательно, данный промежуток времени можно представить в виде:

$$\Delta t_2 = \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{360^\circ} \arccos \left(\frac{a_p}{a_{\oplus}} \right) \right] \frac{T_p T_{\oplus}}{T_{\oplus} - T_p}. \quad (48)$$

Кстати, такой же промежуток времени планета должна затратить, чтобы попасть из верхнего соединения в восточную элонгацию.

Далее рассмотрим случай верхней планеты (Марс, Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун). Вычислим ее синодический период, для этого воспользуемся уравнением синодического движения:

$$\frac{1}{S_p} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T_p}, \Rightarrow S_p = \frac{T_p T_{\oplus}}{T_p - T_{\oplus}}.$$

Следовательно, промежуток времени (Δt), в течение которого Земля будет обгонять верхнюю планету относительно Солнца на угол $\Delta\varphi$, можно представить в виде:

$$\Delta t = \left(\frac{\Delta\varphi}{360^\circ} \right) S_p = \left(\frac{\Delta\varphi}{360^\circ} \right) \frac{T_p T_{\oplus}}{T_p - T_{\oplus}}. \quad (49)$$

Определим промежутки времени, отделяющие моменты наступления основных конфигураций. Предположим, что верхняя планета находится в данный момент в противостоянии (см. рис. 9). Тогда промежуток времени, через который она окажется в восточной квадратуре (или она пребывала прежде в западной квадратуре), согласно (49), будет равен

$$\Delta t_1 = \frac{1}{360^\circ} \arccos \left(\frac{a_{\oplus}}{a_p} \right) \frac{T_p T_{\oplus}}{T_p - T_{\oplus}}, \quad (50)$$

При записи последнего результата мы учли, что в этих конфигурациях треугольник, в вершинах которого находятся верхняя планета, Солнце и Земля является прямоугольным (см. рис. 9), при этом угол $\Delta\varphi_1$, на который Земля обгоняет (догоняет) верхнюю планету, определяется выражением вида

$$\cos \Delta\varphi_1 = \frac{a_{\oplus}}{a_p}, \Rightarrow \Delta\varphi_1 = \arccos \left(\frac{a_{\oplus}}{a_p} \right),$$

здесь a_p , a_{\oplus} – большие полуоси орбит верхней планеты и Земли соответственно.

Спустя промежуток времени Δt_2 после восточной квадратуры планета попадет в соединение, при этом Земля обгонит верхнюю планету на угол $\Delta\varphi_2 = 180^\circ - \Delta\varphi_1$. Следовательно, соответствующий промежуток времени можно представить в виде:

$$\Delta t_2 = \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{360^\circ} \arccos \left(\frac{a_{\oplus}}{a_p} \right) \right] \frac{T_p T_{\oplus}}{T_p - T_{\oplus}}. \quad (51)$$

Кстати, такой же промежуток времени Земля должна затратить, чтобы догнать верхнюю планету и сформировать конфигурацию – западная квадратура.

В таблице 3 представлены вычисленные значения определенных выше параметров для семи классических планет. С использованием полученных формул, дат исходных конфигураций, представленных в таблице 2, и онлайн-

Планета	$\Delta\varphi_1$, град	Δt_1 , сут	$\Delta\varphi_2$, град	Δt_2 , сут	S , сут
Меркурий	67.2260	21.6387	112.774	36.2998	115.877
Венера	43.6699	70.8329	136.330	221.129	583.923
Марс	48.9805	106.119	131.019	283.861	779.959
Юпитер	78.9217	87.4462	101.078	111.996	398.885
Сатурн	84.0096	88.2315	95.9904	100.814	378.092
Уран	87.0128	89.3467	92.9872	95.4813	369.656
Нептун	88.0943	89.9263	91.9057	93.817	367.486

Таблица 3: значения основных параметров, определяющих даты будущих и прошлых конфигураций 7 классических планет.

Нижнее соединение	Западная элонгация	Верхнее соединение	Восточная элонгация
Меркурий			
28.12.2016	19.01.2017 (19.01.17)	24.02.17 (06.03.17)	01.04.17 (01.04.17)
23.04.17 (20.04.17)	15.05.17 (18.05.17)	20.06.17 (21.06.17)	26.07.17 (30.07.17)
17.08.17 (26.08.17)	08.09.17 (12.09.17)	14.10.17 (8.10.17)	19.11.17 (23.11.17)
11.12.17 (13.12.17)	02.01.18 (–)	–	–
Венера			
–	–	06.06.2016	13.01.17 (12.01.17)
25.03.17 (25.03.17)	04.06.17 (03.06.17)	11.01.18 (–)	–

Таблица 4: основные конфигурации Меркурия, Венеры и соответствующие им даты 2017 года.

калькулятора вычисления дат⁴ можно вычислить даты всех основных конфигураций семи классических планет. Рассмотрим этот процесс подробнее на примере Меркурия и Венеры.

Меркурий. Согласно условию задачи, 28.12.2016 года Меркурий находился в нижнем соединении. Спустя промежуток времени Δt_1 после данного события Меркурий, обгоняя Землю, образует конфигурацию – западная элонгация (см. рис. 9). Следовательно, к указанной дате необходимо прибавить численное значение Δt_1 , округленное до целых, что дает нам 19.01.2017 года. Последний результат уверенно согласуется с прогнозами, представленными в Астрономическом календаре 2017 года (АК) под редакцией Козловского (см. таблицу 4, указаны жирным шрифтом в круглых скобках).

Затем Меркурий, все больше удаляясь от Земли, через промежуток времени Δt_2 (после западной элонгации) образует конфигурацию – верхнее соединение. Согласно нашим прогнозам это произойдет 24.02.2017 года, а по данным АК – 06.03.17. Значительное расхождение между представленными прогнозами (10 суток) обусловлено явно выраженной эллиптичностью орбиты планеты и ее существенным наклоном к плоскости эклиптики, что не учитывалось в настоящей модели, используемой нами для построения решения, но учитывалось в сложной модели, используемой при составлении АК.

Еще через промежуток Δt_2 наступит восточная элонгация Меркурия, что

⁴Смотри, например, <http://fincalculator.ru/kalkulyator-dnej>.

Противостояние	Восточная квадратура	Соединение	Западная квадратура
Марс			
22.05.2016	05.09.16	16.06.17 (27.07.17)	27.03.18
Юпитер			
–	–	26.09.2016	16.01.17 (–)
13.04.2017 (07.04.2017)	10.07.2017 (–)	30.10.2017 (26.10.17)	19.02.2018 (–)
Сатурн			
–	–	10.12.2016	21.03.17 (–)
17.06.2017 (15.06.2017)	13.09.2017 (–)	23.12.2017 (21.12.17)	–
Уран			
15.10.2016	12.01.17	18.04.17 (14.04.17)	22.07.17 (–)
20.10.2017 (19.10.2017)	17.01.2018 (–)	–	–
Нептун			
02.09.2016	01.12.16	05.03.2017 (02.03.2017)	07.06.17 (–)
04.09.2017 (05.09.2017)	03.12.2017 (–)	–	–

Таблица 5: Основные конфигурации Марса, Юпитера, Сатурна, Урана и Нептуна и соответствующие им даты 2017 года.

соответствует дате – 01.04.17. Последняя дата вновь уверенно согласуется с данными АК. Наконец, спустя промежуток Δt_1 после последней конфигурации, Меркурий вновь окажется в нижнем соединении (23.04.17), цикл основных конфигураций завершится и начнется новый цикл. Далее наши рассуждения и действия аналогичны выше изложенным. В таблице 4 представлены даты основных конфигураций Меркурия на 2017 год.

Венера. Согласно условию задачи, Венера находилась 6.06.2016 года в верхнем соединении. Через промежуток времени Δt_2 планета окажется в восточной элонгации. Этому событию соответствует дата – 13.01.17, а по данным АК – 12.01.17. Расхождения в одни сутки в расчетах данной точности неизбежны, ибо нам не дано время наступления исходной конфигурации и, кроме того, все промежутки времени мы округляем вплоть до суток, что может отклонять наш результат от истинного в ту или иную сторону на одни сутки. Через $S_{\text{Q}}/2 = 292$ сут (относительно верхнего соединения), окажется в нижнем соединении, что соответствует дате – 25.03.17. Спустя $S_{\text{Q}}/2 + \Delta t_1 = 363$ сут от указанной даты, планета будет пребывать (04.06.17) в западной элонгации. Через $S_{\text{Q}} = 584$ сут Венера вновь окажется в верхнем соединении. В таблице 4 представлены основные конфигурации Венеры 2017 года и даты их наступления. Из сопоставления наших результатов и данных АК, очевидно, уверенное согласование прогнозов, что обусловлено тем фактом, что орбита Венеры является фактически круговой, а ее наклонение к

плоскости эклиптики – малой величиной.

Для верхних планет были выполнены вычисления по аналогичной схеме. Численные результаты для них представлены в таблице 5.

Ответ: к задаче представлен численными значениями таблиц 4-5; максимальное расхождение между нашими прогнозами и данными АК достигаются в случае планет с наибольшими значениями эксцентриситета и наклона к плоскости эклиптики, поскольку в настоящем решении рассматривалась плоская модель Солнечной системы с круговыми орбитами. ($\$_{\max} = 14$ баллов).

Задача № 18. «Максимальная дальность радиолокации и орбитальные характеристики периферийного тела»

Решение: Рассмотрим процесс радиолокации небесного тела, находящегося в противостоянии с Землей. Пусть в момент времени t_0 радиотелескоп отправил радиопульс в направлении тела T (см. рис. 10). Последний в пространстве распространяется по прямой AT , достигает тела T , отражается от его поверхности и один из отраженных лучей возвращается обратно на телескоп по пути TB . За это время телескоп, в силу суточного вращения Земли, переместится в точку B . Предположим, что последняя расположена симметрично точке A относительно прямой CT . Очевидно, что продолжительность сеанса радиолокации ограничена временем пребывания (τ) радиотелескопа в пределах прямой видимости, если смотреть на Землю с тела T . В этом случае точки A и B должны быть на горизонте при наблюдении с небесного тела. Тогда ΔAST будет прямоугольным, следовательно, для него справедливо выражение вида:

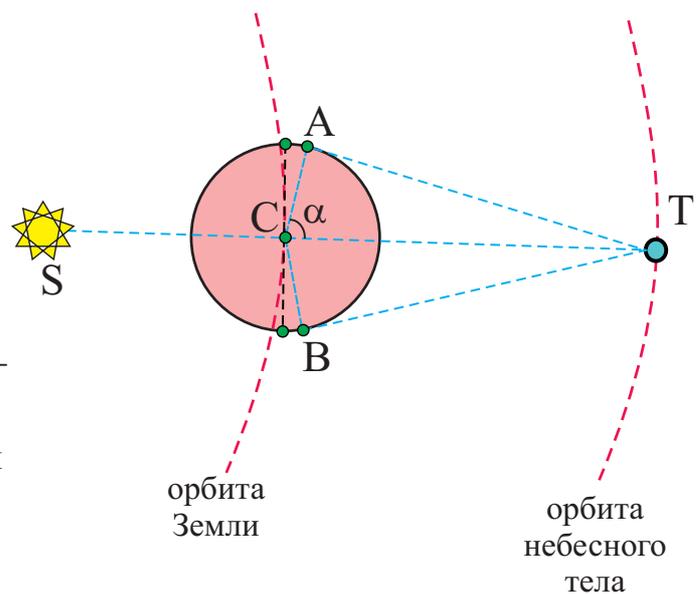


Рис. 10: к определению искомых характеристик радиотелескопа и орбиты небесного тела.

$$\cos \alpha = \frac{\mathcal{R}_{\oplus}}{\Delta} = \frac{\mathcal{R}_{\oplus}}{\sqrt{\mathcal{R}_{\oplus}^2 + (c\tau/2)^2}}, \quad (52)$$

иначе

$$\alpha = \omega_{\oplus} \frac{\tau}{2} = \frac{\pi \tau}{T_{\oplus}}, \quad (53)$$

здесь \mathcal{R}_{\oplus} – радиус Земли, ω_{\oplus} , T_{\oplus} – угловая скорость и период суточного вращения Земли вокруг своей оси; c – скорость света (радиоволн) в вакууме. Из

(52) и (53) следует, что

$$\cos \frac{\pi \tau}{T_{\oplus}} = \frac{\mathfrak{R}_{\oplus}}{\sqrt{\mathfrak{R}_{\oplus}^2 + (c\tau/2)^2}}, \quad (54)$$

Решая уравнение (54) графическим образом, можно найти τ – корень данного уравнения. Однако, этого можно не делать, если заметить, что $\alpha \leq \frac{\pi}{2}$, то $\tau \leq \frac{T_{\oplus}}{2}$, поэтому максимальная продолжительность одного сеанса радиолокации есть⁵

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\oplus}}{2} = 43082 \text{ с} = 11.967 \text{ часа}. \quad (55)$$

Значение параметра Δ , очевидно, не может быть больше

$$\Delta_{\max} = \sqrt{\mathfrak{R}_{\oplus}^2 + (cT_{\oplus}/4)^2} = 6.462 \cdot 10^9 \text{ км}. \quad (56)$$

Следовательно, гелиоцентрическое расстояние до данного тела есть

$$r = a_{\oplus} + \Delta_{\max} = 6.612 \cdot 10^9 \text{ км} = 44.20 \text{ а.е.} \quad (57)$$

Пусть интенсивность радиоимпульса, испущенного радиотелескопом, равна I_0 , тогда поток энергии радиоволн будет равен

$$\Phi_0 = \frac{\pi}{4} D_T^2 I_0.$$

Интенсивность излучения у поверхности данного тела будет, согласно закону обратных квадратов, равна

$$I_T = \frac{\Phi_0}{2\pi \Delta_{\max}^2}.$$

Поток излучения, упавшего на поверхность тела T радиуса \mathfrak{R}_T , будет равен

$$\Phi_T = I_T \pi \mathfrak{R}_T^2.$$

Весь поток Φ_T в результате рассеивается в космическом пространстве. Интенсивность принятого сигнала (в случае изотропного рассеяния радиоволн телом T) будет равна

$$I = \frac{\Phi_T}{4\pi \Delta_{\max}^2} = \frac{I_0}{32} \cdot \frac{D_T^2 \mathfrak{R}_T^2}{\Delta_{\max}^4}, \Rightarrow \quad (58)$$

$$\frac{I_0}{I} = \frac{32\Delta_{\max}^4}{D_T^2 \mathfrak{R}_T^2}.$$

Очевидно, что искомое отношение зависит как от предельного расстояния (Δ_{\max}) до данного тела, так и от диаметра телескопа (D_T) и радиуса небесного тела \mathfrak{R}_T . Оценим данную величину для крупнейшего радиотелескопа

⁵Точное решение уравнения (54) численным образом, дает значение $\tau_{\max} = 43081.973 \text{ с}$.

FAST (Китай) с $D_T = 500$ м, трансплутонического тела с $\mathfrak{R}_T = 10^3$ км. В итоге получаем $I_0/I = 2.23 \cdot 10^{35}$. То одна из главных проблем радиолокации далеких объектов – это гигантское падение интенсивности радиосигнала в процессе распространения радиосигнала туда-обратно.

Период обращения верхнего тела можно выявить с использованием третьего закона Кеплера:

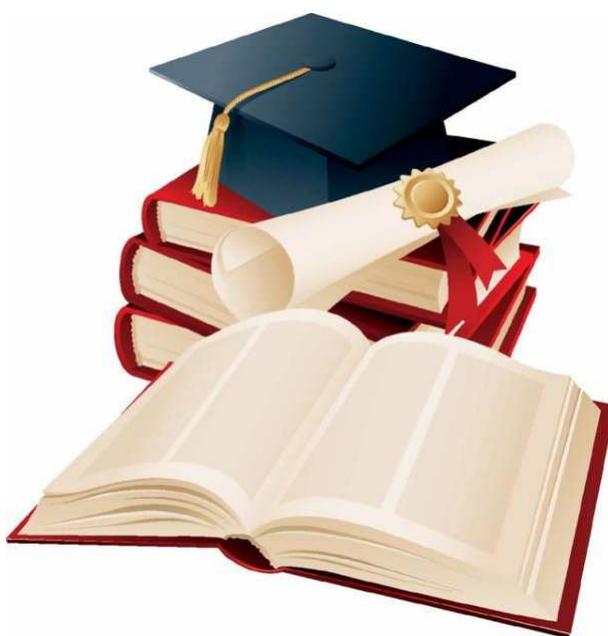
$$\left(\frac{T}{T_{\oplus}}\right)^2 = \left(\frac{r}{a_{\oplus}}\right)^3, \Rightarrow T = T_{\oplus} \left(\frac{r}{a_{\oplus}}\right)^{3/2} = 294 \text{ года.} \quad (59)$$

Его средняя орбитальная скорость есть

$$\bar{V} = \frac{2\pi r}{T} = 4.48 \text{ км/с.} \quad (60)$$

Ответ: к задаче определяется выражениями (55)-(60). ($\$_{\max} = 15$ баллов).

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ



А.1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Постоянная Авогадро – $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

А.2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина – -26.74^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Солнечная постоянная (во всем спектре) на расстоянии Земли – 1361 Вт/м^2
- Солнечная постоянная (в видимом свете) на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

А.3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$

- Средний по объему радиус – 6371.0 км
- Средний экваториальный радиус – 6378.14 км
- Длина земного меридиана – 20004.276 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24}$ кг
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

А.4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или $1/81.3$ массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

А.5. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + n x;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.

А.6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

А.7. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрич. альbedo	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.8. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.9. Диаграмма видимого годовичного движения Солнца по эклиптике

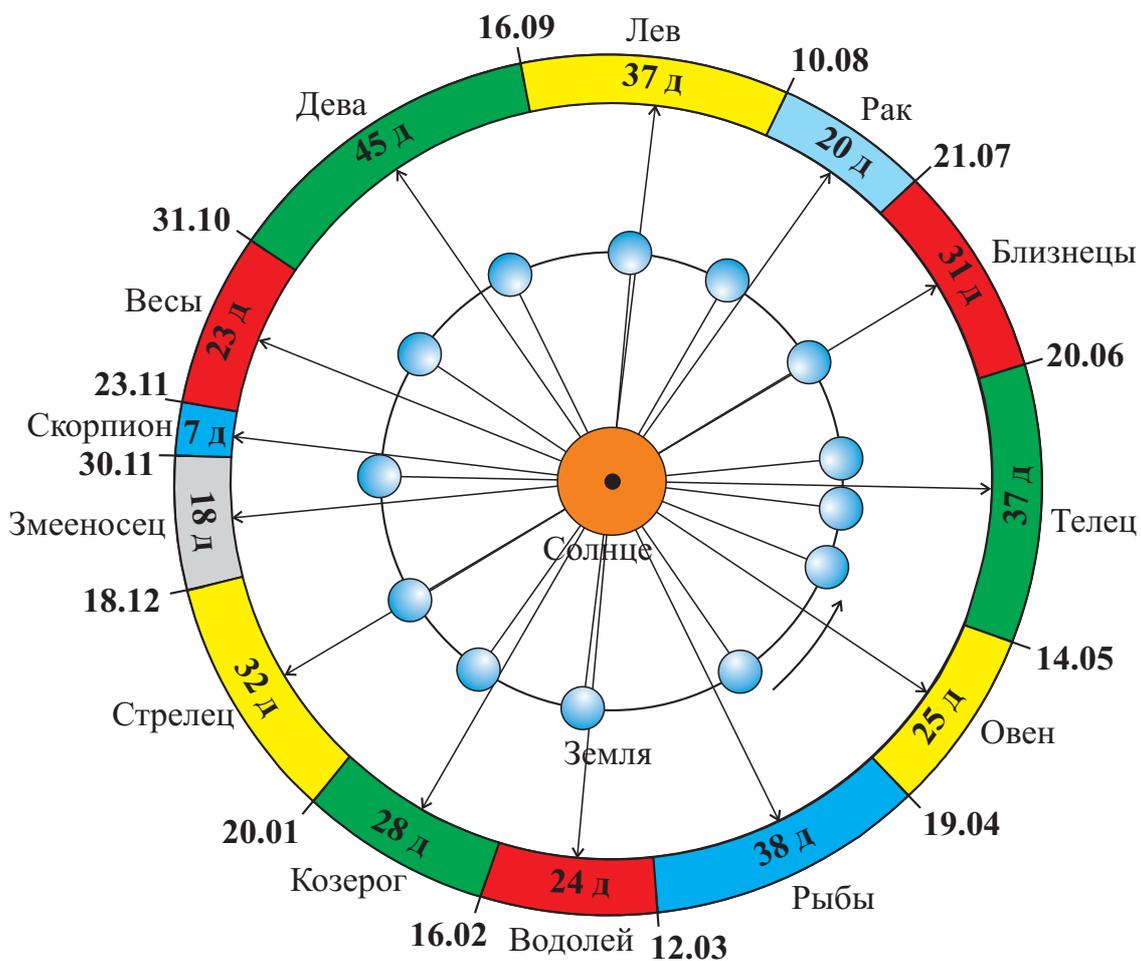


Рис. А.1. Диаграмма видимого годовичного движения Солнца по эклиптике.

А.10. Некоторые характеристики звезд

Болометрические поправки ΔM_b

Спектр	ΔM_b	Спектр	ΔM_b		
			Гл. последовательность	Гиганты	Сверхгиганты
B0	- 2.70	F5	- 0.04	- 0.08	- 0.12
B5	- 1.58	F8	- 0.05	- 0.17	- 0.28
A0	- 0.72	G0	- 0.06	- 0.25	- 0.42
A5	- 0.31	G2	- 0.07	- 0.31	- 0.52
F0	- 0.09	G5	- 0.10	- 0.39	- 0.65
F2	- 0.04	G8	- 0.10	- 0.47	- 0.80
		K0	- 0.11	- 0.54	- 0.93
		K2	- 0.15	- 0.72	- 1.20
		K3	- 0.31	- 0.89	- 1.35
		K4	- 0.55	- 1.11	- 1.56
		K5	- 0.85	- 1.35	- 1.86
		M0	- 1.43	- 1.55	- 2.2
		M1	- 1.70	- 1.72	- 2.6
		M2	- 2.03	- 1.95	- 3.0
		M3	- 2.35	- 2.26	- 3.6
		M4	- 2.7	- 2.72	- 3.8
		M5	- 3.1	- 3.4	- 4.0